Paradigma | Volumen 32 (2025) | Número 53 | p. 159-180

Paradigma
Revista de Investigación Educativa

Artículo

# Significados de la razón geométrica en la colisión inelástica: experiencia de modelación en la Formación Inicial Docente

# Meanings of the geometric ratio in inelastic collision: a modeling experience in Initial Teacher Training

[a,*]Paulina Salazar Cortez, [b]Iván Esteban Pérez Vera

[a]paulinasalazarcortez@gmail.com. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile. https://orcid.org/0009-0001-3328-6709

[b]ivan.perez@umce.cl. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile. https://orcid.org/0000-0003-2636-6521

**Resumen**

El objetivo de este estudio es explorar la construcción de significados en torno a la progresión geométrica en la Formación Inicial Docente (FID), mediante ciclos de modelación matemática aplicados al fenómeno de la colisión inelástica. Con un enfoque cualitativo y fenomenológico, se analizaron informes individuales y un grupo focal realizado con cinco estudiantes de Pedagogía en Matemática de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, en Chile, durante el segundo semestre de 2023. Los participantes calcularon razones geométricas a partir de datos experimentales y participaron en discusiones colaborativas que facilitaron la resignificación de este concepto en contextos de modelación. Los resultados evidencian que, aunque los estudiantes tendieron a centrarse en identificar objetos matemáticos como la progresión geométrica, enfrentaron dificultades para integrar aspectos conceptuales y procedimentales, lo que derivó en interpretaciones incongruentes del fenómeno, como suponer rebotes infinitos. Sin embargo, las instancias de discusión permitieron contrastar perspectivas y ajustar los modelos en función de las características físicas del fenómeno, favoreciendo una comprensión más profunda entre matemática y física. Este estudio subraya la importancia de promover espacios de discusión en los ciclos de modelación, fomentar enfoques interdisciplinarios y vincular el análisis matemático con contextos reales para fortalecer la formación docente.

*Palabras clave*: formación inicial docente, modelación matemática, progresión geométrica, colisión inelástica, física

*Autor para correspondencia

https://doi.org/10.5377/paradigma.v32i53.20560
Recibido: 7 de marzo de 2025 | Aceptado: 13 de junio de 2025
Disponible en línea: junio de 2025
Paradigma: Revista de Investigación Educativa | ISSN 1817-4221 | EISSN 2664-5033 | 

## Abstract

The objective of this study is to explore the construction of meaning around geometric progression in Initial Teacher Education (ITE) through cycles of mathematical modeling applied to the phenomenon of inelastic collision. Using a qualitative and phenomenological approach, individual reports and a focus group with five mathematics education students from the Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación in Chile were analyzed during the second semester of 2023. Participants calculated geometric ratios based on experimental data and engaged in collaborative discussions that facilitated the re-signification of this concept within modeling contexts. The results show that although students tended to focus on identifying mathematical objects such as geometric progression, they encountered difficulties in articulating conceptual and procedural aspects, which led to inconsistent interpretations of the phenomenon, such as assuming infinite rebounds. However, the discussion dynamics allowed them to contrast perspectives and adjust their models based on the physical characteristics of the phenomenon, fostering a deeper understanding between mathematics and physics. This study highlights the importance of promoting discussion spaces within modeling cycles, encouraging interdisciplinary approaches, and connecting mathematical analysis with real-world contexts to strengthen teacher education.

*Keywords*: teacher training, mathematical modeling, geometric progression, inelastic collision, physics.

## Introducción

En este artículo se presenta un reporte de una experiencia de modelación en la Formación Inicial Docente (FID) en matemáticas de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE), en Chile. Su objetivo es explorar la construcción de significados en torno a la progresión geométrica y analizar cómo la vivencia de estos ciclos de modelación otorga nuevos significados a los objetos matemáticos discutidos. Estas experiencias permiten que la discusión matemática presente en los procesos de modelación contribuya a la comprensión y resignificación de los conceptos matemáticos asociados al fenómeno estudiado, que en este caso corresponde a un fenómeno de la física.

La experiencia se diseñó para promover el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la capacidad de conectar la matemática con contextos científicos y sociales. Se propone como ejemplo el fenómeno de la colisión inelástica, dada su relevancia para integrar conceptos de física y matemática, lo que permite a los futuros docentes participar activamente en la recolección, análisis y modelación de datos, asignando significados matemáticos a los resultados obtenidos y fortaleciendo su comprensión conceptual.

### Obstáculos en la comprensión de las progresiones aritméticas y geométricas

La comprensión de las progresiones aritméticas y geométricas representa un desafío persistente en la FID, debido a la complejidad de los conceptos involucrados y la prevalencia de errores conceptuales y procedimentales. Estos obstáculos surgen principalmente de las limitaciones en la preparación matemática previa de los estudiantes, como evidencian investigaciones recientes. Aguerrea et al. (2022) señalan que un alto porcentaje de estudiantes en FID presentan dificultades arraigadas desde la educación secundaria, relacionadas con el uso inadecuado del comportamiento lineal en contextos matemáticos no lineales, así como errores en temas como logaritmos y trigonometría. Estas problemáticas, además, persisten a lo largo de su formación, afectando su capacidad para consolidar conceptos clave y avanzar en su aprendizaje.

En el caso de las progresiones geométricas, Blanco Rodríguez et al. (2020) destacan que los estudiantes suelen tener dificultades para identificar patrones sucesivos y traducirlos a expresiones algebraicas. Este obstáculo se extiende al manejo de operaciones simbólicas y numéricas, lo que afecta la capacidad de los estudiantes para conectar conceptos fundamentales, como la razón y el término general de una sucesión. Estas limitaciones dificultan la comprensión de las progresiones geométricas e interfieren en la construcción de conocimientos matemáticos más avanzados, como las funciones exponenciales y los logaritmos.

De acuerdo con González y Gómez (2018), las dificultades en la comprensión de las progresiones geométricas pueden clasificarse en tres categorías principales: (a) identificación de elementos y características de las progresiones, (b) uso y traducción entre sistemas de representación, y (c) generalización y justificación de procedimientos algorítmicos. Estas dificultades, relacionadas con la complejidad intrínseca de las progresiones geométricas, se ven agravadas por errores recurrentes, como la omisión de detalles en operaciones decimales, que alteran la coherencia en la solución de problemas.

Adicionalmente, Romero y Ferrari (2005) identifican un obstáculo epistemológico fundamental en la enseñanza de las estructuras multiplicativas desde enfoques aditivos. Este enfoque limitado dificulta la comprensión de conceptos como la potenciación y su relación con las funciones exponenciales y logarítmicas, limitando la capacidad de los estudiantes para generalizar y resignificar las progresiones geométricas.

Para abordar estas problemáticas, investigaciones como las de Aguerrea et al. (2022) y Blanco Rodríguez et al. (2020) sugieren que la modelación matemática puede ser una herramienta eficaz. Al incorporar tareas basadas en modelización y el uso de recursos tecnológicos, como GeoGebra, se puede potenciar el análisis crítico y la reflexión colaborativa, permitiendo a los estudiantes identificar y corregir sus errores. Aunque estas estrategias han mostrado resultados prometedores, se necesita más investigación para validar su impacto a largo plazo en la superación de los obstáculos conceptuales y procedimentales en las progresiones aritméticas y geométricas.

En síntesis, los obstáculos en la comprensión de las progresiones geométricas y aritméticas subrayan la necesidad de implementar enfoques didácticos específicos que permitan a los estudiantes en formación inicial docente superar las dificultades identificadas, fortalecer su comprensión conceptual y mejorar su preparación para abordar estos conceptos en su futura práctica profesional.

**Modelación matemática en FID**

La modelación matemática ha sido identificada como una competencia clave en la FID debido a su capacidad para articular los conocimientos matemáticos con fenómenos reales, permitiendo a los futuros docentes experimentar procesos que conecten la matemática con la vida cotidiana y el entorno social. En Chile, los estándares disciplinarios del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (2021) destacan la relevancia de la modelación en el desarrollo profesional docente, al considerar que los procesos de modelización de fenómenos naturales y sociales facilitan la comprensión de situaciones complejas y permiten tomar decisiones informadas mediante herramientas matemáticas.

Desde esta perspectiva, la modelación matemática en la FID no solo busca que las y los docentes comprendan y apliquen modelos matemáticos, sino también que desarrollen habilidades para diseñar tareas didácticas que incorporen la modelización como estrategia de enseñanza. En los estándares disciplinarios, la modelación se presenta como una habilidad transversal en distintas áreas del conocimiento matemático, como la probabilidad, la estadística, el cálculo y el álgebra.

Diversos estudios respaldan la inclusión de la modelación matemática en la FID, destacando su importancia en la transformación de la práctica educativa. Ortiz Buitrago y Mora Zuluaga (2014) subrayan que los futuros docentes logran avances significativos al emplear la modelación como estrategia de enseñanza, lo que les permite conectar los conceptos matemáticos con el entorno social del estudiantado. En esta línea, Huincahue Arcos et al. (2017) refuerzan la necesidad de incorporar experiencias prácticas de modelación durante la formación inicial, promoviendo que los docentes en formación participen activamente en estos procesos y desarrollen tareas educativas que vinculen la matemática con contextos reales.

No obstante, la literatura también señala desafíos y limitaciones en la implementación de la modelación en la FID. Barquero Ocampo et al. (2024) identifican dificultades en los docentes en formación para seleccionar datos relevantes durante los procesos de modelización, lo que refleja una brecha en la búsqueda, validación y uso crítico de la información. Esta situación sugiere la necesidad de reforzar la formación práctica en modelación, asegurando que los futuros docentes sean capaces de validar los modelos matemáticos y adaptarlos a diferentes situaciones problemáticas.

Chavarría Vásquez y Gamboa Araya (2024) destacan que la modelación matemática debe ocupar un lugar prioritario en la formación docente, ya que facilita el desarrollo de habilidades específicas que conectan la matemática con la realidad. Las autoras enfatizan que las experiencias de modelación permiten que las y los futuros docentes comprendan la aplicabilidad de la matemática en contextos sociales, culturales y científicos, fortaleciendo su capacidad para diseñar tareas que generen un aprendizaje significativo.

Por su parte, Forero Poveda (2020) y Pérez Vera (2020) argumentan que la participación activa en procesos de modelación durante la FID tiene un potencial transformador en la práctica docente. Ambos coinciden con Ortiz Buitrago y Mora Zuluaga (2014) en que estas experiencias posibilitan que los docentes resignifiquen los objetos matemáticos y desarrollen una perspectiva funcional de la matemática, lo que, a su vez, genera mayor interés en el estudiantado y mejora su comprensión conceptual.

Finalmente, investigaciones como las de Pérez Vera y Salazar Cortez (2024a) promueven tanto la vivencia de ciclos de modelación en entornos FID como el diseño de situaciones de modelación por parte de los docentes en formación, proyectando estas experiencias hacia su futura práctica profesional. Esta doble perspectiva fomenta la capacidad de los futuros docentes para planificar y adaptar actividades de modelación que respondan a las necesidades específicas del aula, fortaleciendo así su autonomía y su capacidad reflexiva en la enseñanza de la matemática.

**Modelación matemática de fenómenos de la física escolar**

La modelación matemática se ha consolidado como un campo relevante en la enseñanza de la matemática, permitiendo conectar conceptos abstractos con situaciones reales mediante el estudio de fenómenos físicos. La física, en este contexto, no debe ser considerada únicamente como una herramienta auxiliar para la enseñanza de la matemática, sino como un componente esencial dentro del ciclo de modelación que facilita la comprensión y predicción de fenómenos del mundo real (Valenzuela Zúñiga y Mena Lorca, 2019).

El ciclo de modelación aplicado a la física implica un proceso continuo que conecta la simplificación y validación de un modelo físico con el mundo real, mientras que la matematización y la interpretación lo relacionan con las matemáticas. Este ciclo destaca tanto el rol estructurador como el técnico de la matemática, mostrando que los distintos niveles de matematización aportan información valiosa para la comprensión del fenómeno físico que, inicialmente, podría no ser evidente (Silva Jiménez, 2018).

En la física escolar, los fenómenos de variación, como el cambio de temperatura, el desplazamiento de un objeto o la caída libre, pueden ser modelados mediante ecuaciones matemáticas que permiten describir y analizar estos procesos (Carmona Mesa et al., 2020). La modelación de fenómenos físicos proporciona a los estudiantes herramientas para comprender conceptos matemáticos en contextos científicos y cotidianos, favoreciendo el desarrollo de una matemática funcional que los estudiantes valoren y reconozcan en su entorno (Fernández et al., 2015).

La integración de la modelación matemática en la enseñanza de la física escolar también promueve el uso de recursos tecnológicos que potencian el análisis de los fenómenos. Estos recursos permiten a los estudiantes visualizar datos, establecer relaciones entre variables y validar hipótesis mediante simulaciones y experimentos controlados. La tecnología, tanto analógica como digital, desempeña un rol clave en el proceso de modelación al transformar lo que es cognoscible y cómo puede conocerse (Villa Ochoa et al., 2018)

La modelación matemática de fenómenos físicos en la formación inicial docente no solo implica la construcción de modelos, sino también la reflexión didáctica sobre su uso en el aula. Carmona Mesa et al. (2020) destacan que los futuros profesores que participan en experiencias de modelación alcanzan un nivel de preparación que favorece la integración de la educación STEM en su práctica profesional. Estas experiencias les permiten conectar conceptos matemáticos con fenómenos físicos y desarrollar proyectos educativos que promuevan un aprendizaje significativo en sus estudiantes.

Por otra parte, la modelación matemática de fenómenos físicos fomenta la actividad científica escolar, entendida como un proceso de atribución de sentido al mundo natural mediante la construcción y uso de modelos. Esta práctica escolar promueve el pensamiento crítico y la capacidad de los estudiantes para comprender y explicar fenómenos desde una perspectiva científica, conectando las matemáticas y la física en un enfoque interdisciplinario (Adúriz Bravo e Izquierdo Aymerich, 2005; Paz et al. 2008).

Finalmente, la modelación matemática en el aula de física escolar contribuye a cerrar la brecha entre las matemáticas y las ciencias, permitiendo a los estudiantes comprender la funcionalidad de los conceptos matemáticos en situaciones reales. La formalización de fenómenos físicos a través de la modelación no solo facilita la comprensión de estos fenómenos, sino que también fomenta la creatividad y el pensamiento crítico en los estudiantes al enfrentar problemas complejos y contextualizados (Lozano et al., 2018).

### Problemática y objetivo presentes en este escrito

La comprensión conceptual de las progresiones geométricas presenta desafíos significativos debido a la complejidad de estos conceptos y a la persistencia de errores en la identificación de patrones, la traducción entre sistemas de representación y la generalización de procedimientos algorítmicos. Estas dificultades, muchas veces vinculadas a enfoques tradicionales que priorizan estructuras aditivas sobre multiplicativas, subrayan la necesidad de que la FID integre experiencias que, mediante la modelación matemática basada en fenómenos físicos escolares, permitan superar estos obstáculos conceptuales.

Dado lo anterior, el objetivo de esta investigación es explorar la construcción de significados sobre las progresiones geométricas en la formación inicial docente mediante la experimentación y la modelación matemática de un fenómeno de la física, favoreciendo el entendimiento conceptual de este objeto matemático.

## Discusión teórica

### Construcción de significados en matemática educativa

La socioepistemología propone que el conocimiento matemático no es un saber estático, sino que se resignifica continuamente a medida que se pone en uso en distintos contextos sociales y culturales (Reyes Gasperini, 2011). Esta resignificación implica otorgar nuevos sentidos a los conceptos matemáticos, conectándolos con las prácticas sociales y con los fenómenos que los originaron, lo que permite que estos conceptos sean comprendidos y aplicados en situaciones reales (Camacho Ríos, 2011; Montiel, 2005).

La resignificación del conocimiento matemático es un proceso dinámico que involucra la construcción de nuevos sentidos a partir de la experiencia práctica. Según Reyes Gasperini (2011), la resignificación implica transformar los conceptos matemáticos en herramientas útiles para la comprensión de fenómenos del mundo real, lo cual es esencial para que los estudiantes puedan relacionar los contenidos escolares con situaciones de su vida cotidiana. Camacho Ríos (2011) sostiene que este proceso de resignificación debe estar acompañado de una enseñanza dinámica y organizada, que considere las coyunturas históricas y procedimentales que dieron origen a los conceptos matemáticos. Desde esta perspectiva, la construcción de significados no se limita a la transmisión de definiciones formales, sino que busca promover una comprensión más profunda y contextualizada de los conceptos matemáticos. Montiel (2005) enfatiza que los significados deben ser constantemente reconstruidos a medida que los estudiantes enfrentan nuevos contextos y situaciones, lo que permite enriquecer su conocimiento y aplicarlo en distintos ámbitos.

La socioepistemología sostiene que las prácticas sociales son fundamentales en la construcción de significados matemáticos. Arrieta et al. (2004) plantean que el saber matemático se consolida a través de su uso en prácticas sociales específicas, lo que permite que los conceptos matemáticos adquieran sentido y relevancia en distintos contextos. Estas prácticas de referencia son esenciales para que los estudiantes y docentes puedan construir y resignificar los conceptos matemáticos a partir de experiencias prácticas y situadas.

Camacho Ríos (2011) destaca que las prácticas sociales no solo permiten la construcción de significados, sino que también facilitan la apropiación y el uso de los conceptos matemáticos en situaciones reales. En este sentido, la interacción con las prácticas sociales permite que los estudiantes comprendan la funcionalidad de los conceptos matemáticos y los utilicen como herramientas para resolver problemas en su entorno.

De este modo, los contextos de significancia son fundamentales para que los conceptos matemáticos no se perciban como abstractos y desconectados de la realidad. Reyes Gasperini (2016) enfatiza que estos contextos facilitan la comprensión de los conceptos matemáticos al relacionarlos con situaciones y problemas concretos, lo que permite que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y significativa del conocimiento. La problematización del saber matemático permite analizar el conocimiento desde distintas dimensiones, lo que facilita una comprensión más integral de los significados matemáticos.

A su vez, la interacción entre la racionalidad teórica y la racionalidad práctica es fundamental en la construcción de significados matemáticos. Fourez (2002) sostiene que el discurso socioepistemológico se articula a partir de la confrontación entre estas dos racionalidades, lo que permite construir un conocimiento más completo y contextualizado. La racionalidad teórica se refiere a los principios y conceptos abstractos que constituyen el conocimiento matemático, mientras que la racionalidad práctica considera cómo estos principios son aplicados en situaciones concretas. La interacción entre ambas racionalidades permite que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos, lo que facilita su aplicación en situaciones reales y su resignificación en distintos contextos sociales y culturales.

En conclusión, la construcción de significados en la matemática educativa implica un proceso dinámico y contextualizado que requiere la interacción entre los conceptos matemáticos y las prácticas sociales. Desde la perspectiva socioepistemológica, este proceso de resignificación permite que los conceptos matemáticos adquieran nuevos sentidos y se conviertan en herramientas útiles para la comprensión y resolución de problemas en distintos contextos. La reflexión sobre los contextos de significación, las prácticas sociales y las dimensiones del conocimiento matemático es esencial para promover una enseñanza más dinámica y funcional que permita a los estudiantes desarrollar una comprensión más profunda y significativa del saber matemático.

**Modelación matemática desde la perspectiva socioepistemológica**

La perspectiva socioepistemológica de la modelación matemática propone que el conocimiento matemático se construye y resignifica constantemente a través de la interacción y la práctica social. Esta visión plantea que los objetos matemáticos no son entidades estáticas, sino que se transforman a medida que se utilizan para comprender y explicar fenómenos del mundo real. Según Arrieta y Díaz (2015), la modelación se basa en la articulación entre dos elementos esenciales: el modelo y lo modelado. La interacción entre ambos da lugar a una nueva entidad conocida como dipolo modélico (DM), que permite establecer conexiones significativas entre los conceptos matemáticos y los fenómenos observados.

El proceso de modelación, entendido desde esta perspectiva, no solo tiene como objetivo la predicción y explicación de fenómenos, sino que también contribuye a resignificar los objetos matemáticos involucrados. Pérez Vera y Salazar Cortez (2024b), destacan que los objetos matemáticos adquieren nuevos significados a través del acto de modelar, ya que este proceso implica la reinterpretación de los conceptos en función del fenómeno que se está modelando.

Una de las contribuciones más relevantes de esta perspectiva es la construcción de redes de dipolos modélicos, como lo describen Pérez Vera (2020) y Arrieta y Díaz (2015). Estas redes permiten que cada dipolo exprese diferentes características del fenómeno estudiado, proporcionando un marco amplio para comprender su comportamiento. Al articularse entre sí, los dipolos modélicos no solo facilitan una comprensión integral del fenómeno, sino que también posibilitan hacer predicciones y tomar decisiones fundamentadas en la interacción con el modelo. Este enfoque destaca que la modelación no es un proceso aislado, sino que se nutre de la interacción continua entre los modelos matemáticos y los fenómenos reales.

El papel del sujeto epistémico es central en esta perspectiva, ya que se enfatiza que la resignificación del conocimiento ocurre a través de la interpretación y la práctica activa del modelado. Pérez Vera y Carrasco (2018) resaltan que la experimentación es un componente clave en este proceso, ya que permite que los sujetos epistémicos exploren, validen y ajusten los modelos en función de los resultados obtenidos. Esto implica que la modelación matemática no solo es una herramienta para describir fenómenos, sino también un medio para transformar y enriquecer el conocimiento matemático a partir de la experiencia práctica.

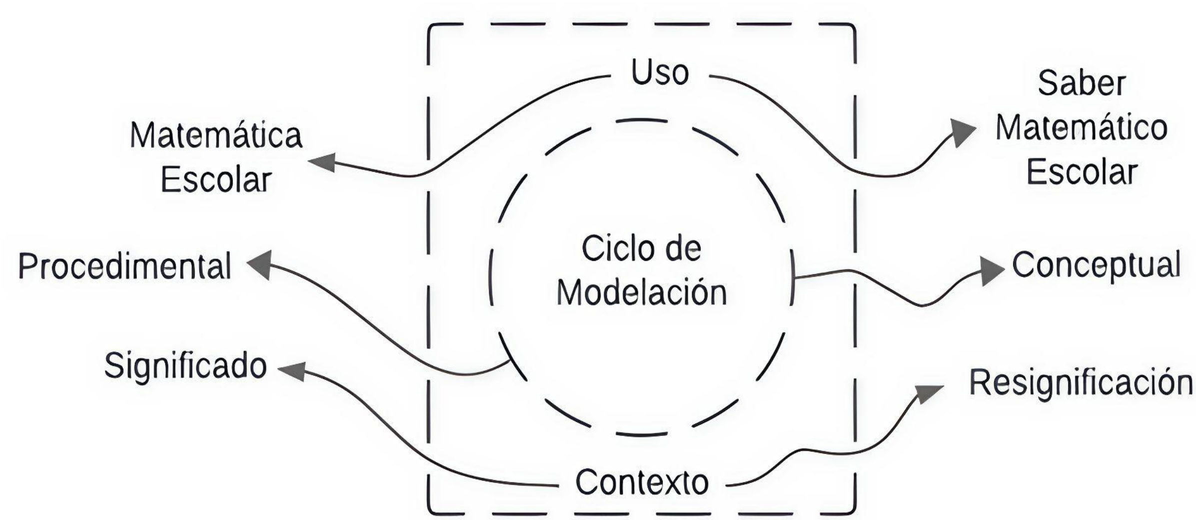
La práctica social se presenta como un elemento fundamental en la socioepistemología de la modelación matemática. Montiel y Buendía (2012) señalan que el conocimiento matemático se resignifica continuamente a través de su uso en contextos sociales, lo que implica que la modelación debe ser entendida como un proceso dinámico y evolutivo. Este enfoque reconoce que las prácticas sociales de referencia desempeñan un papel crucial en la construcción del conocimiento matemático, ya que permiten que los objetos matemáticos sean significados y resignificados a medida que se aplican en diferentes situaciones.

Desde una perspectiva educativa, la socioepistemología de la modelación plantea que los estudiantes deben ser considerados como sujetos epistémicos que participan activamente en la construcción de su conocimiento a través de la modelación. Arrieta y Díaz (2015) y Pérez Vera (2020) destacan la importancia de que los futuros docentes vivan experiencias de modelación durante su formación, ya que esto les permite desarrollar competencias que trascienden la mera comprensión de los conceptos matemáticos.

Según Pérez Vera y Salazar Cortez (2024b), el ciclo de modelación matemática promueve transformaciones significativas en los procesos de aprendizaje y enseñanza. Estas transformaciones se evidencian en la capacidad del modelador para integrar herramientas matemáticas, contexto y experiencia, lo que no solo facilita la resignificación de los objetos matemáticos, sino que también fomenta una comprensión más profunda y aplicada. En la Figura 1 se muestran las transformaciones dadas en contextos de modelación el ámbito de la FID, las cuales permiten que los futuros profesores construyan nuevos significados a partir de la interacción dinámica entre la matemática y el fenómeno modelado, generando habilidades que vinculan el conocimiento con contextos reales y sociales (Pérez Vera y Salazar Cortez, 2024b).

**Figura 1**

*Transformaciones al vivenciar un ciclo de modelación matemática escolar.*




*Nota*. Tomado de Pérez Vera y Salazar Cortez (2024b), p. 17.

Así, los procesos de modelación constituyen una vía formativa mediante la cual los docentes en formación pueden desarrollar herramientas que les permitan integrar estas prácticas en su futura labor educativa. Esta integración posibilita una aproximación a la enseñanza de la matemática como un conocimiento dinámico, contextualizado y abierto a la resignificación constante.

**Progresión geométrica**

La progresión geométrica es una sucesión numérica en la cual cada término se obtiene multiplicando el término anterior por una constante llamada razón (*r*). Esta razón puede tomar distintos valores que determinan el comportamiento de la sucesión, como ser creciente, decreciente o alternante. La fórmula general que define esta progresión es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_1, r \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$$

donde $a_n$ representa el término general de la sucesión, $a_1$ el primer término, $r$ la razón y $n$ la posición del término dentro de la sucesión.

El análisis de las distintas subestructuras que puede presentar una progresión geométrica permite identificar varios contextos fenomenológicos y fenómenos asociados. Según Blanco Rodríguez et al. (2020), los valores de la razón determinan cómo se comporta la progresión en relación con los fenómenos que representa, aquí $a$ representa el primer término de la progresión:

- Crecimiento ($r > 1$, $a > 0$): Se asocia a fenómenos como la acumulación de capital, crecimiento poblacional y circulación de información por redes sociales. La sucesión aumenta indefinidamente, reflejando situaciones de expansión exponencial.
- Crecimiento acotado ($0 < r < 1$, $a < 0$): Se relaciona con procesos como la amortización de una deuda, donde los valores decrecen progresivamente hacia un límite inferior.
- Alternantes divergentes ($r < -1$): En este caso, la razón negativa implica que los términos alternan entre valores positivos y negativos, aumentando indefinidamente en magnitud. Este comportamiento puede observarse en fenómenos que implican fluctuaciones extremas.
- Alternantes convergentes ($-1 < r < 0$): Cuando la razón es negativa y su valor absoluto es menor a 1, los términos de la sucesión alternan entre positivos y negativos, acercándose a un límite. Esto refleja situaciones con oscilaciones que tienden a estabilizarse.
- Progresión constante ($r = 1$): Todos los términos de la sucesión permanecen iguales, lo que representa situaciones de valores constantes, como el número de horas en cada día.

- Decrecimiento acotado ($0 < r < 1$, $a > 0$): Este tipo de progresión representa fenómenos como los rebotes en el plano horizontal, donde los valores disminuyen progresivamente hasta estabilizarse en un valor límite.
- Decrecimiento ($r > 1$, $a < 0$): En este caso, los valores decrecen indefinidamente. Fenómenos como la cantidad de dinero en mora por un préstamo se pueden modelar con este tipo de progresión.

Desde una perspectiva conceptual, la progresión geométrica integra varios conceptos previos fundamentales, como el dominio y rango de funciones, las operaciones aritméticas y algebraicas (adición, multiplicación, potenciación, radicación) y la noción de términos generales y razón de la progresión.

Además, Blanco Rodríguez et al. (2020) afirman que la representación de la progresión geométrica puede realizarse en distintos sistemas, lo que permite a los estudiantes visualizar y comprender mejor sus propiedades y aplicaciones:

- Sistema tabular: Muestra los términos de la sucesión en una tabla, facilitando la identificación de patrones numéricos.
- Sistema gráfico: Permite representar la progresión en un plano cartesiano, observando su comportamiento creciente o decreciente de manera visual.
- Sistema pictórico: Utiliza diagramas para ilustrar cómo los términos se relacionan entre sí, mostrando la multiplicación repetida de la razón.
- Sistema simbólico: Expresa la progresión mediante fórmulas algebraicas, proporcionando una descripción general y precisa de la sucesión.

En términos educativos, se recomienda trabajar la progresión geométrica utilizando estos sistemas de representación de manera complementaria, para que los estudiantes puedan construir significados más profundos y conectarlos con fenómenos reales. Por ejemplo, modelar el rebote de una pelota en un experimento de colisión inelástica permite asociar la razón geométrica a la pérdida de energía en cada rebote, mostrando cómo los conceptos matemáticos se aplican en contextos físicos y cotidianos.

## Métodos y materiales

Este estudio se enmarca en el paradigma cualitativo de investigación y adopta un diseño fenomenológico, ya que busca comprender y describir la experiencia vivida por los participantes en torno a la construcción de significados matemáticos durante un ciclo de modelación matemática aplicado al fenómeno de la colisión inelástica. Es importante mencionar que este reporte forma parte de una investigación más amplia que aborda todo el curso de sexto semestre “TICs para la Enseñanza de la Matemática I” de código “MMAT604” de la UMCE, Chile, impartido en el segundo semestre de 2023 y se enmarca en un diseño de investigación-acción que busca mejorar las prácticas docentes mediante procesos de reflexión y cambio.

### Diseño del estudio

El diseño fenomenológico permite explorar cómo los participantes experimentan y comprenden un fenómeno específico desde sus perspectivas subjetivas. En este caso, se estudió la discusión matemática y el proceso de construcción de significados en torno a la progresión geométrica, en el contexto de un ciclo de modelación matemática sobre la colisión inelástica, llevado a cabo en un curso de Tecnologías dentro de la formación inicial docente.

### Participantes

La muestra estuvo conformada por cinco estudiantes de sexto semestre de la carrera de Pedagogía en Matemática de la Región Metropolitana de Chile (UMCE), quienes se encontraban en el curso de tecnologías enfocado en la modelación matemática. La participación fue voluntaria y los estudiantes se involucraron activamente en todas las etapas del ciclo de modelación.

### Experiencia de modelación

El método utilizado fue un ciclo de modelación matemática basado en la experimentación del fenómeno de la colisión inelástica. Los participantes realizaron una serie de actividades que incluyeron la experimentación práctica y la recolección y análisis de datos mediante herramientas tecnológicas. La Figura 2 muestra el proceso de experimentación, el cual consistió en utilizar una pelota de ping pong, que se dejó caer desde distintas alturas, observando cómo la altura de los rebotes disminuía progresivamente debido a la pérdida de energía.

Durante la actividad, los participantes debían investigar y comprender las bases teóricas del fenómeno físico, utilizando referencias bibliográficas y explorando herramientas tecnológicas para modelar el comportamiento del fenómeno. Entre las herramientas utilizadas se incluyeron GeoGebra, Tracker, Python, Excel y otros recursos digitales.

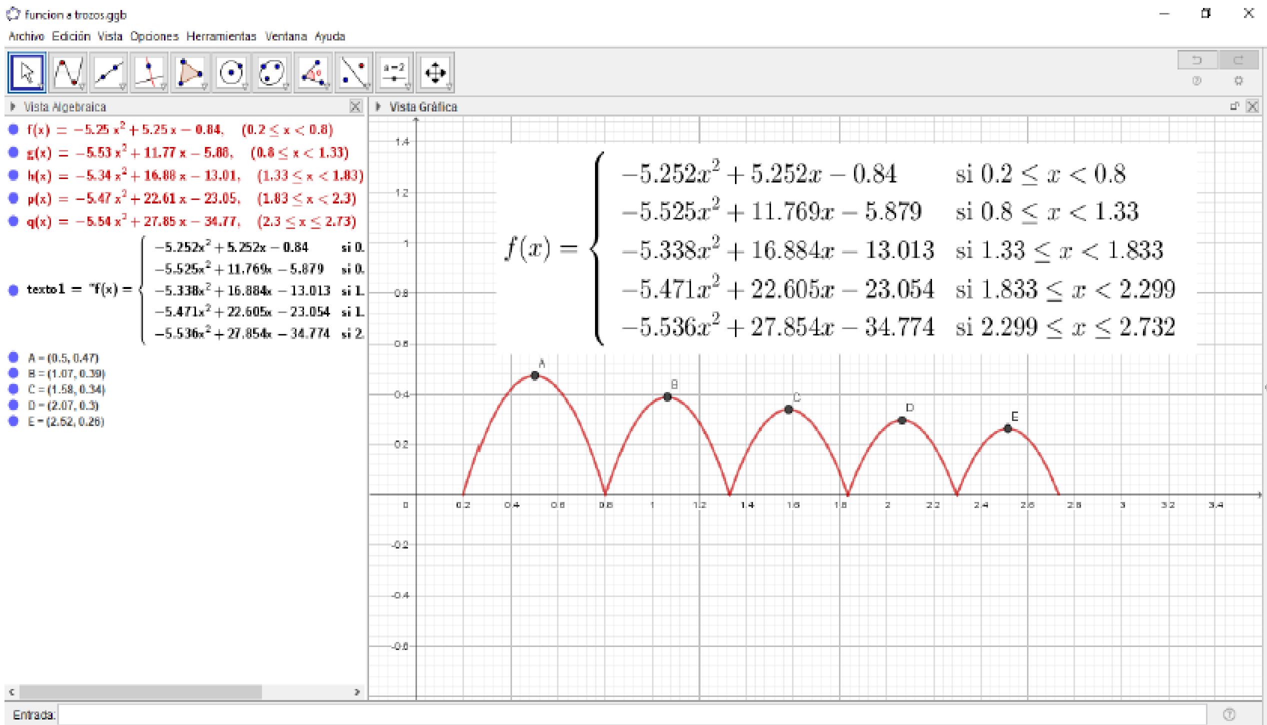
### Técnicas e instrumentos de recolección de información

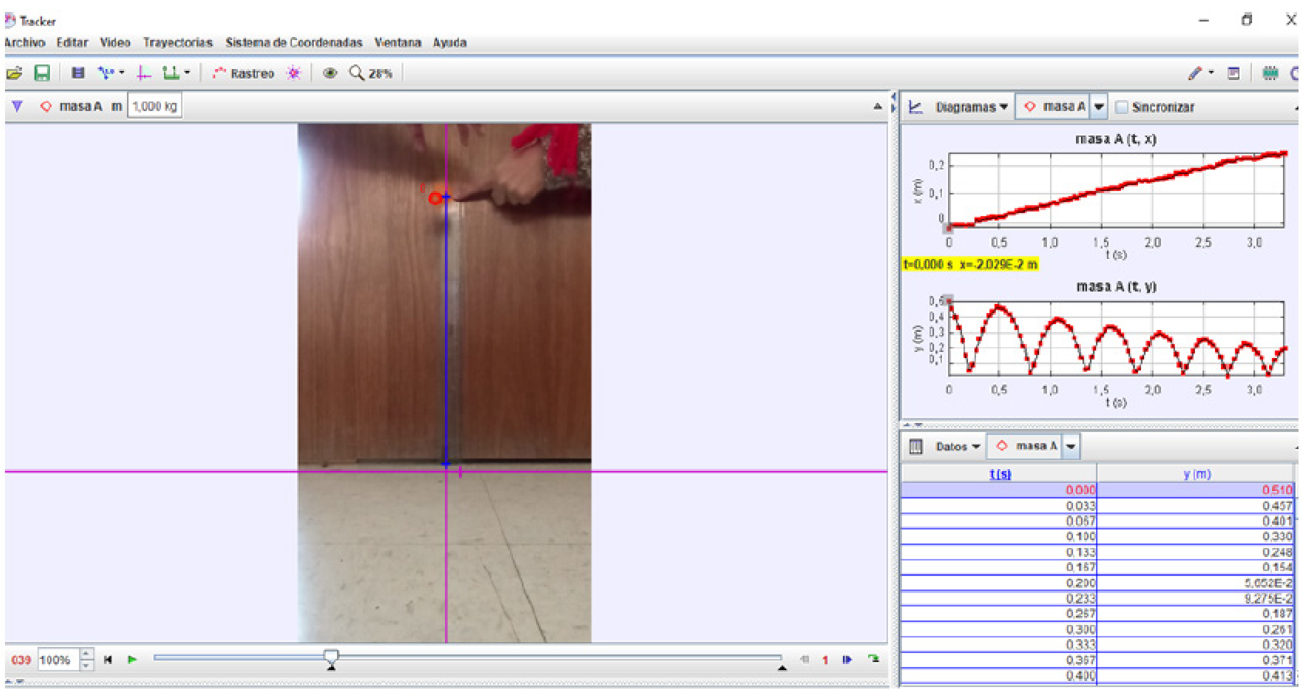
Para la recolección de datos se utilizaron dos instrumentos principales:

- Informe escrito: Los participantes elaboraron un informe posterior a la experiencia de modelación, en el cual detallaron el ciclo de modelación vivenciado y los principales resultados obtenidos.
- Grupo Focal: Se realizó un grupo focal con los participantes, con el objetivo de profundizar en la discusión sobre el significado de la progresión geométrica en el contexto del fenómeno de la colisión inelástica. En el grupo focal se buscaba conocer la experiencia de estos docentes en formación en torno al ciclo de modelación del fenómeno y en relación con los significados que le otorgan a la razón geométrica como objeto que modela la disminución de las alturas en función de la pérdida de energía dentro del fenómeno.

**Figura 2**

*Experimentación dentro del ciclo de modelación de la colisión inelástica*




*Nota*. Producción de estudiantes.

**Análisis de datos**

El análisis de los datos recolectados en esta investigación se llevó a cabo en dos fases principales, integrando tanto los informes individuales elaborados por los estudiantes como las transcripciones del grupo focal realizado al finalizar el ciclo de modelación. Este enfoque permitió abordar de manera integral las perspectivas individuales y colaborativas de los participantes.

***Análisis de los informes individuales***

Los informes de los estudiantes fueron analizados utilizando un enfoque cualitativo, categorizando las respuestas en función de las razones geométricas calculadas, el método empleado y la interpretación de estas en relación con el fenómeno de la colisión inelástica. Se revisaron aspectos como:

- El procedimiento de cálculo de las razones geométricas.
- La coherencia entre los valores obtenidos y el comportamiento físico del fenómeno.
- La identificación de patrones matemáticos, como la progresión geométrica, y su vinculación con el fenómeno modelado.

Los datos fueron organizados en tablas, lo que facilitó la identificación de tendencias y discrepancias en las respuestas de los participantes.

***Análisis de las discusiones del grupo focal***

La transcripción del grupo focal fue analizada mediante un enfoque hermenéutico, buscando interpretar cómo los estudiantes contraponían sus perspectivas individuales y colaboraban para resignificar las razones geométricas en función del fenómeno físico. El análisis se centró en:

- Las dinámicas de discusión y argumentación entre los participantes.
- La integración de herramientas visuales, como gráficas, para analizar el comportamiento del fenómeno.
- La validación colectiva de los modelos matemáticos propuestos y su correspondencia con el fenómeno físico.

En ambas fases, el análisis se sustentó en la perspectiva socioepistemológica, destacando cómo los significados matemáticos emergen y se resignifican a partir de la interacción práctica y colaborativa con el fenómeno modelado.

## Resultados

En esta sección se presentan los principales hallazgos derivados de los informes elaborados por los estudiantes y del grupo focal realizado como parte de la experiencia de modelación del fenómeno de la colisión inelástica. El objetivo de esta experiencia fue analizar el ciclo de modelación llevado a cabo por las y los docentes en formación, identificando la razón geométrica que describe la disminución de las alturas máximas de los rebotes de una pelota de ping pong.

**Resultados del informe**

En los informes individuales, los estudiantes calcularon diferentes razones geométricas a partir de las alturas máximas de los rebotes de la pelota en el plano horizontal. Los resultados obtenidos reflejan distintas formas de interpretar y modelar el fenómeno de la colisión inelástica. En este análisis se abordan preguntas relativas a la relación entre las alturas y la razón que modela esta variación.

La Tabla 1 presenta los resultados obtenidos por los estudiantes en la determinación de la razón geométrica que modela la secuencia de alturas de una pelota tras sucesivos rebotes, en el contexto de una experiencia de modelación del fenómeno de colisión inelástica. Se consignan tres aspectos clave: el valor de la razón geométrica encontrada por cada estudiante, el método de cálculo utilizado y la interpretación otorgada al resultado en relación con el comportamiento físico del fenómeno. Estos datos permiten analizar tanto la comprensión matemática del concepto de progresión geométrica como su articulación con las características del fenómeno observado, evidenciando distintas formas de apropiación conceptual y de integración entre lo matemático y lo físico.

**Tabla 1**

*Determinación de la razón geométrica que modela las alturas de la pelota*

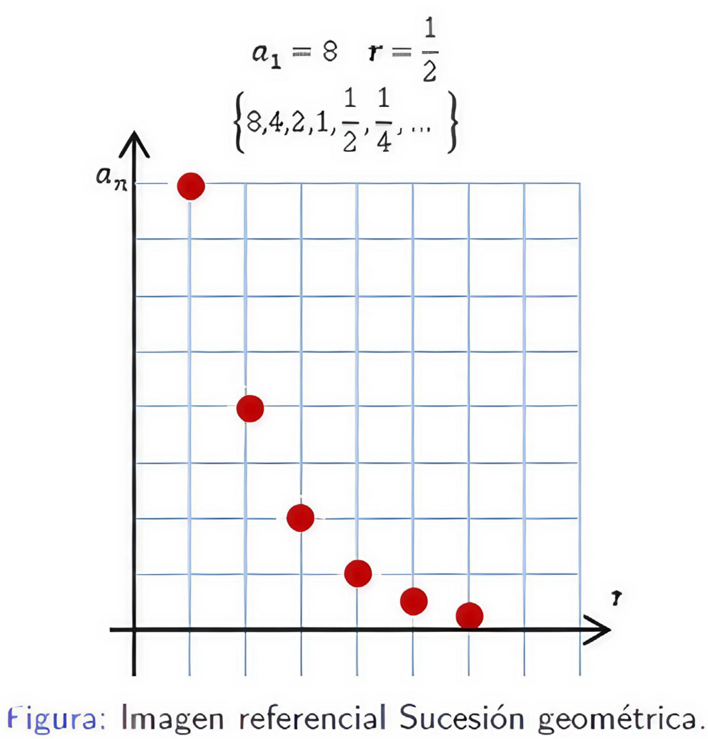
| Estudiante | Razón Geométrica encontrada | Método de cálculo | Interpretación en el fenómeno |
|---|---|---|---|
| E1 | 1.08 (oscila entre 1.02 y 1.12) | Dividió la altura mayor entre la menor, lo que explica que obtuviera un valor superior a 1. | Reconoce que existe una constante, pero no interpreta su valor en el fenómeno |
| E2 | 0.86 | Dividió la altura menor entre la mayor, lo que le permitió acercarse al valor teórico de 0.75. | Concluye que el patrón observado es una progresión geométrica decreciente, donde cada altura se reduce en aproximadamente un 86% del rebote anterior. |
| E3 | 1.1 | Dividió la altura mayor entre la menor, obteniendo un valor constante cercano a 1. | Se enfoca en proponer una sucesión geométrica, la que modela la disminución de alturas en los rebotes, convergiendo progresivamente a 1. |
| E4 | 1.2 | Dividió la altura mayor entre la menor, reconociendo una tendencia a 1. | Observan una disminución en las alturas, suponiendo que la razón se reducirá progresivamente hasta llegar a 0. |
| E5 | 1.15 | Dividió la altura mayor entre la menor, reconociendo una tendencia a 1. | Asume que la razón tiende a 1: "Si seguimos repitiendo estas razones deberíamos aproximarnos al 1, es decir, no debería haber ninguna diferencia en alturas en los últimos saltos"-participante. |

Sin embargo, a pesar de que determinan un valor para la razón geométrica al analizar las alturas de los rebotes, cuando generan otros modelos, como el tabular o el gráfico, cambian la razón para ajustarla al comportamiento del fenómeno. En la Figura 3 se presenta la gráfica propuesta por E3, quien en esta ocasión muestra una razón de ½.

En los informes, se observó que los estudiantes priorizaron la identificación del objeto matemático que mejor se ajustaba a los datos, como la progresión geométrica, dejando de lado un análisis detallado de las propiedades del fenómeno en términos de crecimiento o decrecimiento. Esta omisión limitó su capacidad para interpretar adecuadamente la dinámica del fenómeno físico en función de la razón geométrica propuesta. Según Pérez Vera (2020), la desconexión entre el análisis matemático y el comportamiento del fenómeno físico puede ser atribuida a la falta de integración entre lo conceptual y lo procedimental en las prácticas de modelación matemática.

**Figura 3**

*Gráfica de la sucesión geométrica que modela el rebote inelástico en el plano horizontal.*




*Nota*. Producción de estudiantes.

Dado esto, se identificaron incoherencias significativas entre los datos experimentales y las razones geométricas determinadas por los estudiantes en relación con el fenómeno modelado. Estas inconsistencias reflejan sesgos en el cálculo procedimental de la razón geométrica y en la interpretación de su comportamiento dentro del contexto del fenómeno físico. Este enfoque fragmentado sugiere que los participantes no lograron integrar de manera continua el análisis del fenómeno con la determinación de la razón geométrica a lo largo del ciclo de modelación. Según Pérez Vera y Salazar Cortez (2024b), este tipo de fragmentación destaca la necesidad de enfoques integradores que combinen lo procedimental, lo conceptual y lo estructural.

Es fundamental que el comportamiento del fenómeno sea considerado de manera integral en todas las etapas del ciclo de modelación. Como señalan Montiel y Buendía (2012), la resignificación de los objetos matemáticos requiere una interacción activa con el contexto del fenómeno, vinculando el análisis procedimental con sus implicaciones físicas. Además, es necesario incorporar aspectos estructurales y conceptuales de la matemática, como las características de crecimiento, decrecimiento y convergencia de los datos o del fenómeno. La integración de estos elementos permitiría una interpretación más completa y coherente, evitando que el análisis se limite a un enfoque fragmentado o desconectado (Pérez Vera y Salazar Cortez, 2024b).

**Resultados del grupo focal**

En los resultados del grupo focal se destaca el impacto de la interacción y la discusión entre los estudiantes, quienes habían propuesto diferentes razones geométricas en sus informes individuales y comentado estas ideas con sus compañeros de curso. Al contraponer sus interpretaciones durante el diálogo grupal, surgió una discusión altamente enriquecedora que los llevó a visualizar de manera más detallada el comportamiento del rebote en el fenómeno de la colisión inelástica. Este proceso permitió contrastar y descartar valores de las razones que no se ajustaban al fenómeno, facilitando que, a través de un análisis colectivo y visual, los participantes lograran determinar una razón geométrica coherente con el comportamiento físico del fenómeno (ver Tabla 2).

Una razón igual a 1 fue asociada con un escenario ideal en el que la pelota no pierde energía en los rebotes, alcanzando siempre la misma altura máxima. Esta situación correspondería a una colisión elástica, un fenómeno teóricamente posible pero que no ocurre en la práctica, ya que siempre hay pérdida de energía en los rebotes debido a la fricción y la deformación de la pelota.

Una razón geométrica mayor a 1 fue interpretada como un caso físicamente imposible en el contexto de la colisión inelástica, ya que implicaría que la pelota rebota cada vez más alto, lo cual contradice la naturaleza del fenómeno. Esta interpretación fue descartada por los estudiantes, ya que no se ajusta al comportamiento real observado durante el experimento.

Cuando la razón geométrica tiende a 0, los estudiantes la asociaron con un escenario extremo en el que la pelota deja de rebotar por completo. Este caso correspondería a una colisión plástica, donde toda la energía cinética se pierde en el impacto y la pelota queda en reposo en el suelo. Esta situación describe un límite del fenómeno, en el que la pelota ya no tiene capacidad para continuar rebotando.

**Tabla 2**

*Interpretación de las razones geométricas que modelan las alturas del rebote*

| Razón Geométrica | Interpretación Física | Comentarios de los Participantes |
|---|---|---|
| Mayor que 1 | Implica que la pelota ganaría energía en cada rebote, lo que es físicamente imposible. | "Si r es mayor que uno, la pelota seguiría rebotando dentro de la sala, lo que no tiene sentido" (E1). |
| Igual a 1 | La pelota mantiene la misma altura máxima en cada rebote, equivalente a una colisión elástica. | "Si r es igual a 1, las alturas máximas serían constantes y eso implica que no habría pérdida de energía" (E1). |
| Entre 0 y 1 | Refleja una progresión geométrica decreciente; la pelota pierde energía y las alturas disminuyen. | "Cuando una razón está entre cero y uno, significa que la progresión va decreciendo" (E2). |
| Tendiente a 1 | La pelota pierde cada vez menos energía y se acerca a un estado de reposo constante. | "Cuando la razón tiende a uno, las alturas van disminuyendo y eventualmente se estabilizan en una constante" (E5). |
| Tendiente a 0 | Representa una colisión plástica; la pelota deja de rebotar y se queda en el suelo. | "Si r tiende a cero, sería como una colisión plástica. La pelota ya no rebotaría y se quedaría en el suelo" (E1). |
| Igual a ½ | Los rebotes representan una pérdida de altura de la mitad en cada caso | "Si bien el comportamiento es cercano, el fenómeno no pareciera reducir exactamente en la mitad la altura en cada uno de los rebotes" (E3) |

Una razón tendiente a 1 fue interpretada como un proceso en el que las diferencias entre las alturas de los rebotes se van reduciendo progresivamente hasta que la pelota alcanza un estado de reposo. En este caso, las alturas disminuyen de manera cada vez menos pronunciada, estabilizándose en un valor constante que indica que la pelota ha dejado de rebotar. Esta interpretación sugiere que la razón geométrica cercana a 1 refleja el proceso gradual de pérdida de energía hasta que se alcanza un estado de equilibrio. Sin embargo, el hecho de que la razón sea 1 y no 0, implica que mantiene una altura positiva, lo cual no se alinea con el comportamiento del rebote de la pelota.

Estas interpretaciones evidencian cómo los estudiantes lograron relacionar los valores de la razón geométrica con distintos escenarios físicos del fenómeno de la colisión inelástica. Dentro de la discusión con las y los participantes, se concluyó que la razón que se alineaba con el comportamiento del fenómeno correspondía a la razón entre 0 y 1 (lo cual coincidía con la mayoría de los resultados del informe, donde $r = 0.8$), mientras que los otros valores de las razones discutidas fueron refutados en base al comportamiento real del fenómeno. Este proceso pone de manifiesto cómo, en los ciclos de modelación matemática, la interacción entre los conceptos matemáticos y los fenómenos físicos permite resignificar objetos matemáticos como la progresión geométrica a través de la experiencia y la discusión colaborativa. Desde la perspectiva socioepistemológica, el conocimiento matemático no es estático, sino que se reconstruye continuamente según su uso en contextos prácticos (Reyes Gasperini, 2011; Montiel, 2005). En el caso estudiado, la progresión geométrica, definida como una sucesión en la que cada término se obtiene multiplicando el anterior por una constante (Blanco Rodríguez et al., 2020), se utilizó para modelar la pérdida progresiva de energía en la colisión inelástica, destacando su aplicabilidad tanto en el análisis matemático como en la interpretación física del fenómeno.

Estas interpretaciones reflejan cómo los ciclos de modelación matemática permiten conectar conceptos matemáticos con fenómenos físicos, promoviendo la resignificación de objetos como la progresión geométrica en contextos prácticos. La discusión colaborativa fortaleció la comprensión conceptual y procedimental de los estudiantes, destacando la importancia de integrar perspectivas interdisciplinarias para enriquecer la formación docente y su aplicación en el aula.

## Conclusiones

La comprensión de las progresiones geométricas sigue siendo un desafío en la formación inicial docente (FID) debido a la complejidad de estos conceptos y a errores comunes, como la identificación de patrones, la traducción entre representaciones (tabular, gráfica y algebraica), entre otras. Estas dificultades, vinculadas a enfoques tradicionales que priorizan estructuras aditivas sobre multiplicativas, limitan una comprensión profunda de la naturaleza de las progresiones geométricas.

Nuestra investigación evidenció que los ciclos de modelación matemática basados en fenómenos físicos escolares, como la colisión inelástica, son herramientas efectivas para superar estos obstáculos. Durante estas experiencias, los estudiantes trabajaron con datos experimentales y participaron en discusiones críticas que les permitieron identificar y corregir incongruencias en la determinación de la razón geométrica. La visualización de patrones de crecimiento y decrecimiento, en relación con el fenómeno físico, favoreció una resignificación conceptual de las progresiones geométricas, conectándolas con contextos reales.

**Referencias bibliográficas**

**Adúriz Bravo, A. e Izquierdo Aymerich, M.** (2005). Utilising the '3P-model' to Characterise the Discipline of Didactics of Science. *Science & Education*, *14*(1), 29-41. https://doi.org/10.1007/s11191-004-0068-7

**Aguerrea, M., Solís, M. y Huincahue Arcos, J.** (2022). Errores matemáticos persistentes al ingresar en la formación inicial de profesores de matemática: El caso de la linealidad. *Uniciencia*, *36*(1), 1-18. http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.4

**Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G. y Suárez, L.** (2004). Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática educativa*, *17*(1), 418-422. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/las-practicas-sociales-como-generadoras-del-conocimiento-matematico/

**Arrieta, J. y Díaz, L.** (2015). Una Perspectiva De La Modelación Desde La Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *18*(1), 19-48. https://doi.org/10.12802/relime.13.1811

**Barquero Ocampo, A., Chaves Montero, D., Chavarria Vásquez, J., y Gamboa Araya, R.** (2024). *Competencias sobre modelización matemática que muestran un grupo de docentes en formación al resolver problemas*. https://hdl.handle.net/11056/28859

**Blanco Rodríguez, M., Arismendy Jiménez, D., Bautista Crispin, C. y Naizaque, A.** (2020). *Progresión geométrica*. Uniandes. https://hdl.handle.net/1992/43771

**Camacho Ríos, A.** (2011). Socioepistemología y prácticas sociales: Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial. *Revista iberoamericana de educación superior*, *2*(3), 152-171. https://www.redalyc.org/pdf/2991/299124244008.pdf

**Carmona Mesa, J., Cardona Zapata, M. y Castrillon Yepes, A.** (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Unipluriversidad*, *20*(1), 19-38. https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.02

**Chavarría Vásquez, J. y Gamboa Araya, R.** (2024). La modelación matemática en el proceso de formación de docentes de matemática de secundaria. *Revista Electrónica Educare*, *28*(1). https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503

**Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas.** (2021). *Estándares Orientadores para la Formación Inicial Docente – Cpeip*. Ministerio de educación. https://www.cpeip.cl/estandares-formacion-docente/

**Fernández, J., Aponte, H. y Vega, M.** (2015). Modelación matemática a través de fenómenos físicos. La proporcionalidad directa y el principio de Bernoulli. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *1*, 348-352. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1240937/Aponte2015Modelacion.pdf

**Forero Poveda, A.** (2020). Procesos de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas. *Revista de la Facultad de Ciencias*, *9*(2), 66-79. https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v9n2.86884

**Fourez, G.** (2002). *La construction des sciences: Les logiques des inventions scientifiques: introduction à la philosophie et à l'éthique des sciences*. De Boeck.

**González, M. J. y Gómez, P.** (2018). *Módulo 3: Análisis Cognitivo*. https://core.ac.uk/download/pdf/33252985.pdf

**Huincahue Arcos, J., Borromeo Ferri, R. y Mena Lorca, J.** (2017). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, *36*(1), 99-115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

**Lozano, N., Pérez, D. y Mesa, P.** (2018). *Formalización de fenómenos físicos en actividades experimentales a través de la modelación*. XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática. https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/1054

**Montiel, G.** (2005). Interacciones en un escenario en línea: El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *RELIME*. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *8*(2), 219-235. https://www.redalyc.org/pdf/335/33580207.pdf

**Montiel, G. y Buendía, G.** (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: Ejemplos e ilustraciones. En *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones* (Programa Editorial del Programa en Matemática Educativa, pp. 61-88). Lectorum

**Ortiz Buitrago, J. y Mora Zuluaga, A.** (2014). Capacidades didácticas en el diseño de tareas con modelación matemática en la formación inicial de profesores. *Perspectiva Educacional*, *54*(1), 110–130. https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.54-Iss.1-Art.281

**Paz, V. A., Márquez, C. y Adúriz Bravo, A.** (2008). Análisis de una actividad científica escolar diseñada para enseñar qué hacen los científicos y la función de nutrición en el modelo de ser vivo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, *4*(2), 11-27. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134112597002

**Pérez Vera, I., y Carrasco, E.** (2018). Análisis de ciclos epistémicos de figuración en base a dipolos modélicos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *31*(2), 1536-1543. https://core.ac.uk/download/pdf/224784142.pdf

**Pérez Vera, I.** (2020). Una significación de los coeficientes de una función cuadrática: una experiencia de modelación en formación de profesores. *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica*, *23*. https://doi.org/10.25074/pfr.v0i23.1657

**Pérez Vera, I. y Salazar Cortez, P.** (2024a). Diseño de un curso de formación inicial para profesores, que integra la modelación matemática escolar con evaluación de tecnologías. *El cálculo y su enseñanza*, *20*(1), 15-44. https://doi.org/10.61174/recacym.v20i1.215

**Pérez Vera, I., y Salazar Cortez, P.** (2024b). Modelación matemática como propuesta de trabajo para superar obstáculos y dificultades en el cálculo escolar. Una experiencia en formación inicial docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *37*(1). https://alme.org.mx/revista/index.php/alme/article/view/100

**Reyes Gasperini, D.** (2011). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas* [Tesis de Maestría] Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N. Departamento de Matemática Educativa, México. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/5383

**Reyes Gasperini, D.** (2016). Oaxaca: Una transformación colectiva con impacto social y educativo. *Perfiles educativos*, *38* (Extra 1), 37-66. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13250921004

**Romero, M. y Ferrari, M.** (2005). Resignificación del ph por Medio de la Covariación de Progresiones Geométricas y Progresiones Aritméticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *18*, 867-872.

**Silva Jiménez, C.** (2018). *Estrategia de modelación matemática para la comprensión de un fenómeno físico de variación*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia. https://bdigital.uexternado.edu.co/handle/001/854

**Valenzuela Zúñiga, D. y Mena Lorca, J.** (2019). El rol de la física experimental en el ciclo de modelación. *Revista de Enseñanza de la Física*, *31*, 715-721. https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/26644

**Villa Ochoa, J., González Gómez, D. y Carmona Mesa, J. A.** (2018). Modelación y Tecnología en el Estudio de la Tasa de Variación Instantánea en Matemáticas. *Formación Universitaria*, *11*(2), 25-34. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000200025